الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزرة التربية الوطنية

نموذج اختبار في مادة الرياضيات

الشعبة : رياضيات

المدة : 04 ساعات

المعامل : 07

التمرين الأول (04 نقاط)

1- حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-(2+\sqrt{3}i)z-2+\sqrt{3}i=0$

2- المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$. r التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة $M(z)$ النقطة $M'(z')$ حيث: $z'=(-\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2})z+\frac{5}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$

حدد طبيعة التحويل r وعناصره المميزة.

3- f التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة $M(z)$ النقطة $M'(z')$ حيث: $z'=(-\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2})\overline{z}+\frac{5}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$

-ما نوع التحويل f ؟ هل هو إزاحة؟

-عين نوع التحويل $t=f\circ f$ وعناصره المميزة.

4- لتكن C الدائرة التي مركزها $\Omega(0;-\sqrt{3})$ ونصف قطرها 1، عين معادلة لصورة C بالتحويل r .

التمرن الثاني (05 نقاط)

الفضاء مزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$. نعتبر المستوي P ذا المعادلة: $2x+y-2z+4=0$.
والنقط $A(3;2;6)$ ، $B(1;2;4)$ ، $C(4;-2;5)$.

1) أ – بين أن النقط A ، B ، C تعين مستويا.

ب- تحقق أن هذا المستوي هو P .

2) أ- بين أن المثلث ABC قائم.

ب – أكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم Δ الذي يشمل المبدأ O ويعامد المستوي P .

جـــ – لتكن K المسقط العمودي للمبدأ O على المستوي P . احسب بطريقتين مختلفتين الطول OK.

د – احسب حجم رباعي الوجوه $OABC$.

3) لتكن G مرجح الجملة $\{(O;3);(A;1);(B;1);(C;1)\}$ و I مركز ثقل المثلث ABC .

أ- بين أن النقطة G تنتمي إلى المستقيم (OI) .

ب- حدد المسافة بين النقطة و المستوي P .

4) لتكن Γ مجموعة النقط من الفضاء حيث $\left\|3\overrightarrow{MO}+\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=6$.

حدد طبيعة المجموعة Γ وعناصرها المميزة.

ماهي مجموعة النقط المشتركة بين Γ و P

التمرين الثالث (08 نقاط)

أ- f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=xe^{x}$ و C_f تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

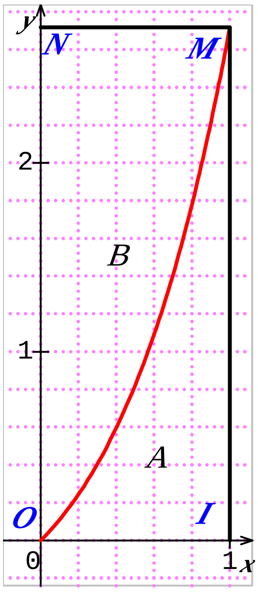
1- ادرس تغيرات الدالة f.

2- احسب $f''(x)$ واستنتج أن C_f يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها.

3- n عدد طبيعي غير معدوم، $f^{(n)}$ المشتقة النونية للدالة f. خمن عبارة $f^{(n)}(x)$ ثم برهن عليها بالتراجع.

4- ادرس وضعية المنحني C_f بالنسبة إلى منحني الدالة الأسية $x\mapsto e^{x}$ ثم ارسم C_f.

5- احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني C_f والمستقيمات التي معادلاتها $x=0$ و $x=1$ و $y=0$.



ب- في لعبة الرمي يالأسهم، الشكل في الأسفل يمثل لوحة تصويب مستطيلة الشكل $OIMN$ حيث القوس $\overset{\frown}{OM}$ هو جزء من المنحني C_f فواصله محصورة بين 0 و 1، وهو يجزئ لوحة التصويب إلى منطقتين A و B (الشكل).

في هذه اللعبة السهم إما أن يكون خارج لوحة التصويب أو يصيب إحدى المنطقتين ونفرض أنه لا يصيب أية حافة من حافات اللوحة، أو جزء المنحني C_f.

بينت دراسة احصائية ان احتمال سقوط السهم خارج لوحة التصويب هو $\frac{1}{2}$ واحتمال سقوطه في احدى المنطقتين A أو B متناسب مع مساحة هذه المنطقة.

1) أ- بين أن احتمال إصابة المنطقة A هو $\frac{1}{2e}$.

ب- ما هو احتمال إصابة المنطقة B ؟

2) نرمي الآن بصفة مستقلة ثلاثة أسهم، وليكن X المتغير العشوائي الذي هو عدد مرات إصابة المنطقة A.

أ- عين قانون إحتمال X ، استنتج القيمة المضبوطة لأمله الرياضي.

ب- لتكن E الحادثة : "سهمان بالضبط يصيان المنطقة A". احسب قيمة مقربة إلى 10^{-3} لاحتمال الحادثة E.

جـ- لتكن F الحادثة : " الأسهم الثلاثة تصيب المنطقة B". احسب القيمة المضبوطة لاحتمال الحادثة F.

2) نرمي في هذه المرة n سهم، بصفة مستقلة $(n\in N^{*})$.

أ- حدد بدلالة n احتمال سقوط، على الأقل، سهم في المنطقة A وليكن P_n.

ب-جد أصغر عدد طبيعي n بحيث يكون $P_n\geq 0,99$.

التمرين الرابع (03 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة كما يلي: $u_0 = 3$ و $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n - 1$ من أجل كل عدد طبيعي n.

1. أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $u_n > -3$.

2. لتكن (v_n) المتتالية المعرفة كما يلي: $v_n = u_n + 1$

أ) بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ب) عبر عن v_n ثم u_n بدلالة n.

ت)احسب $\lim_{n \to +\infty} u_n$. هل (u_n) متقاربة؟